

Só equações funcionais

1. Determinem as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que

$$f(x^2 + f(y)) = y - x^2$$

para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$.

2. Determinem as funções $h: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ tais que

$$h(h(m) + h(n)) = m + n$$

para quaisquer $m, n \in \mathbb{Z}^+$.

3. Determinem as funções $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tais que $f(0) = 1$ e

$$f(f(n)) = f(f(n+2) + 2) = n$$

para qualquer $n \in \mathbb{Z}$.

4. Determinem as funções $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tais que

$$f(f(a) + f(b)) = a + b - 1$$

para quaisquer $a, b \in \mathbb{Z}$.

5. Determinem as funções $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $g(x+y) + g(x)g(y) = g(xy) + g(x) + g(y)$ para quaisquer números reais x, y .

(Sugestão: comecem por determinar a restrição de g a \mathbb{Z}^+ , depois a \mathbb{Z} , depois a \mathbb{Q} ...)

6. Determinem as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que

$$f(xf(x) + f(y)) = y + f(x)^2$$

para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$.

7. Determinem todas as funções contínuas $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que

$$f(xy) = f(x)f(y)$$

para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$.