

Miscelânea de problemas

1. Num tabuleiro 5×5 prega-se um prego no centro de cada quadrícula, deixando a cabeça do prego a uma certa altura, de modo a podermos envolver pregos com um elástico. De quantas maneiras podemos assim formar um quadrado com um elástico, com os vértices em pregos?
2. O Luís, o Carlos e o Rui vão participar numa prova de atletismo. Se cada um deles correr a uma velocidade constante, sabe-se que o Rui ganha ao Luís por 20 metros, o Luís bate o Carlos por 10 metros e o Rui termina a prova com 28 metros de avanço sobre o Carlos. Calculem o comprimento do percurso da prova.
3. Quantos números de quatro algarismos múltiplos de 3 existem tais que o número formado pelos seus dois últimos algarismos é também um múltiplo de 3 ?
4. Num triângulo equilátero $[ABC]$ com lados de comprimento 3, temos pontos D, E e F nos lados BC, CA e AB , respetivamente. Sabendo que $\overline{BD} = 1$ e $A\hat{D}E = D\hat{E}F = 60^\circ$, determinem o comprimento do segmento AF .
5. Determinem todos os tripos (k, n, p) que satisfazem a equação

$$|6n^2 - 17n - 39| = p^k$$

onde n, k são inteiros e p é um número natural primo.

6. No triângulo $[ABC]$, os pontos D, E e F são pontos nos segmentos BC, CA e AB respetivamente tais que os segmentos AD, BE e CF se intersectam no ponto G . Se os comprimentos de DG, EG, BG, AG e CF são $1, 2, 3, 4, 5$ respetivamente, determinem a área do triângulo $[ABC]$.
7. O Guilherme tem um saco opaco de berlindes, com um certo número de berlindes vermelhos e um certo número de berlindes azuis, sendo que tais números podem ser zero. O Guilherme convida o seu amigo Gustavo a retirar de olhos vendados um berlinde. O Gustavo retira um berlinde e mostra-o: é vermelho. O Gustavo retira um segundo berlinde, mas não o mostra. Com que probabilidade o segundo berlinde é vermelho?