

## Miscelânea de problemas

1. Num tabuleiro  $5 \times 5$  prega-se um prego no centro de cada quadrícula, deixando a cabeça do prego a uma certa altura, de modo a podermos envolver pregos com um elástico. De quantas maneiras podemos assim formar um quadrado com um elástico, com os vértices em pregos?
2. O Luís, o Carlos e o Rui vão participar numa prova de atletismo. Se cada um deles correr a uma velocidade constante, sabe-se que o Rui ganha ao Luís por 20 metros, o Luís bate o Carlos por 10 metros e o Rui termina a prova com 28 metros de avanço sobre o Carlos. Calculem o comprimento do percurso da prova.
3. Quantos números de quatro algarismos múltiplos de 3 existem tais que o número formado pelos seus dois últimos algarismos é também um múltiplo de 3?
4. Num triângulo equilátero  $[ABC]$  com lados de comprimento 3, temos pontos  $D$ ,  $E$  e  $F$  nos lados  $BC$ ,  $CA$  e  $AB$ , respetivamente. Sabendo que  $\overline{BD} = 1$  e  $\hat{ADE} = \hat{DEF} = 60^\circ$ , determinem o comprimento do segmento  $AF$ .

5. Determinem todos os triplos  $(k, n, p)$  que satisfazem a equação

$$|6n^2 - 17n - 39| = p^k$$

onde  $n, k$  são inteiros e  $p$  é um número natural primo.

6. No triângulo  $[ABC]$ , os pontos  $D$ ,  $E$  e  $F$  são pontos nos segmentos  $BC$ ,  $CA$  e  $AB$  respetivamente tais que os segmentos  $AD$ ,  $BE$  e  $CF$  se intersectam no ponto  $G$ . Se os comprimentos de  $DG$ ,  $EG$ ,  $BG$ ,  $AG$  e  $CF$  são 1, 2, 3, 4, 5 respetivamente, determinem a área do triângulo  $[ABC]$ .
7. O Guilherme tem um saco opaco de berlindes, com um certo número de berlindes vermelhos e um certo número de berlindes azuis, sendo que tais números podem ser zero. O Guilherme convida o seu amigo Gustavo a retirar de olhos vendados um berlinde. O Gustavo retira um berlinde e mostra-o: é vermelho. O Gustavo retira um segundo berlinde, mas não o mostra. Com que probabilidade o segundo berlinde é vermelho?