

Química Teórica & Estrutural

Departamento de Química, Universidade de Coimbra

2012/2013

Aula 2

1. Considere o operador $\hat{A} = 1/2 \times$. Aplique o operador às funções: (a) $f(x) = 3x^2 - 16$; (b) $f(x) = 52$; (c) $f(x) = 2x - x^{-1/2}$; (d) $\Psi(x, t) = 2 \cos \left[2\pi \left(\frac{\nu - \nu'}{2} t - \frac{k - k'}{2} x \right) \right] \exp \left[2\pi i \left(\frac{\nu + \nu'}{2} t - \frac{x}{2} \right) \right]$.
2. Considere o operador $\hat{A} = d/dx$. Aplique o operador às funções do ponto 1.
3. Seja $g = \hat{A}f(x)$ determine g para os seguintes casos:
(a) $\hat{A} = d/dx$ e $f(x) = \sin x$; (b) $\hat{A} = \hat{5}$ e $f(x) = \sin x$; (c) $\hat{A} = d/dx$ e $f(x) = \cos(x^2 + 1)$; (d) $\hat{A} = (\quad)^2$ e $f(x) = \sin x$; (e) $\hat{A} = \exp$ e $f(x) = \ln x$; (f) $\hat{A} = d^2/dx^2$ e $f(x) = \ln(3x)$; (g) $\hat{A} = d^2/dx^2 + 3x \, d/dx$ e $f(x) = 4x^3$.
4. Seja $\hat{A}f(x) = 3x^2 f(x) + 2x df(x)/dx$ com $f(x)$ uma função genérica, dê uma expressão para $\hat{A}$.
5. Seja $\hat{A} = d/dx$ determine $(\hat{A} + \hat{3})(x^3 - 5)$.
6. Seja $\hat{A} = d^2/dx^2$ e $\hat{B} = x^2$, determine: (a) $\hat{A}\hat{B}x^3$; (b) $\hat{B}\hat{A}x^3$; (c) $\hat{A}\hat{B}f(x)$; (d) $\hat{B}\hat{A}f(x)$.
7. Verifique se os operadores comutam: (a) $\hat{3}$ e d/dx ; (b) x e d/dx .
8. Determine os comutadores: (a) $[x^3, d/dx]$; (b) $[d/dx, 5x^2 + 3x + 4]$; (c) $[\sin(x), d/dx]$; (d) $[d/dx, d^2/dx^2]$.
9. Escreva o quadrado dos operadores: (a) $\hat{A} = d/dx + x$; (b) $\hat{A} = d^2/dx^2 + x$.
10. Verifique se os seguintes operadores são operadores lineares: (a) d/dx ; (b) $\sqrt{\quad}$; (c) x^2 ; (d) $\cos$.
11. Sendo $f(x)$ uma função, e atendendo aos seguintes operadores, verifique quais deles são lineares: (a) $\hat{A}f(x) = \lambda f(x), \lambda = \text{cnt.}$; (b) $\hat{B}f(x) = [f(x)]^*$; (c) $\hat{C}f(x) = [f(x)]^2$; (d) $\hat{D}f(x) = df(x)/dx$; (e) $\hat{E}f(x) = f(x)^{-1}$; (f) $\hat{L}\hat{P} = [\hat{H}, \hat{P}] = \hat{H}\hat{P} - \hat{P}\hat{H}$.
12. Verifique se $f(x) = \exp(2x)$ é função própria do operador $\hat{A} = d/dx$.
13. Quais dos operadores são funções próprias de d^2/dx^2 ? (a) $\exp(x)$; (b) x^2 ; (c) $\sin x$; (d) $3 \cos x$; (e) $\sin x + \cos x$.